

Diskretne strukture UNI: 2. računski izpit

6. februar 2025

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba enega lista velikosti A4 z obrazci. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*. **Vse odgovore dobro utemelji!**

1. naloga (25 točk)

Ana ima fotokopije starih kolokvijev. Na žalost pa ima kopirni stroj napako in včasih kje pusti veliko packo črnila. Pri eni od nalog je bilo za izjavni veznik $A(p, q, r) = p \vee (q \Rightarrow r)$ zaporedje izjavnih izrazov definirano z

$$I_1 = \text{packa} \quad \text{in} \quad I_n = A(I_{n-1}, p, I_{n-1} \Rightarrow p) \quad \text{za } n > 1.$$

- a) (4 točke) Določi I_2 za primera, ko je $I_1 = p$ in $I_1 = \neg p$.
- b) (2 točki) Ali lahko izbereš I_1 tako, da bo $I_{2025} = p$?
- c) (4 točke) Čimbolj poenostavi izraza $p \wedge q \Rightarrow p$ in $\neg(p \wedge q) \Rightarrow p$.
- d) (15 točk) Naj bo $I_1 \sim p \wedge q$. Določi I_{2025} .

2. naloga (25 točk)

V spodnjih vprašanjih obravnavamo sisteme enačb z neznano množico X ter danimi množicami A, B in C .

- a) (5 točk) Ali je enačba $A + X = B$ rešljiva? Kaj so rešitve? Kaj so rešitve v primeru $A = \{1, 2, 3\}$ in $B = \{2, 3, 4\}$?
- b) (10 točk) Kako se rešitve X enačbe $A + X = B \cup C$ izrazijo z A, B in C ? Kaj so pogoji za rešljivost?
- c) (10 točk) Za sistem enačb z množicami

$$\begin{aligned} A + X &= B \cup C, \\ X \cap B &= X \cap C \end{aligned}$$

poišči vse možne rešitve X in določi pogoje za rešljivost.

3. naloga (25 točk)

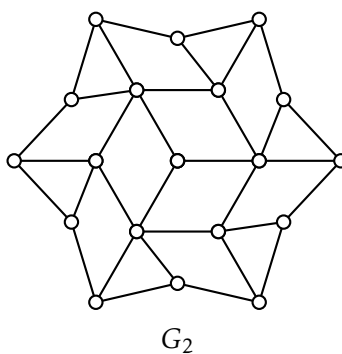
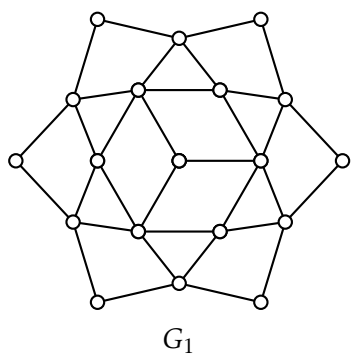
Funkcija $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ vsako naravno število n preoblikuje tako, da najprej zapiše vse števke z lihih mest, nato pa vse števke s sodih mest (šteto z leve proti desni). Tako je, na primer,

$$f(0) = 0, \quad f(7) = 7, \quad f(123456) = 135246 \quad \text{in} \quad f(24680) = 26048.$$

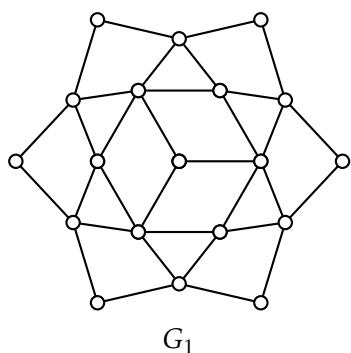
- a) (5 točk) Določi $f(n)$ in $f(f(n))$ za $n \in \{1, 12, 123, 1234, 12345\}$.
- b) (8 točk) Za katera naravna števila velja $f(f(n)) = n$?
- c) (6 točk) Poišči dve petmestni števili $n \in \mathbb{N}$, ki sta deljivi z 12 in zanju velja $f(f(f(n))) = n$.
- d) (6 točk) Ali je f injektivna? Surjektivna? Bijekcija?

4. naloga (25 točk)

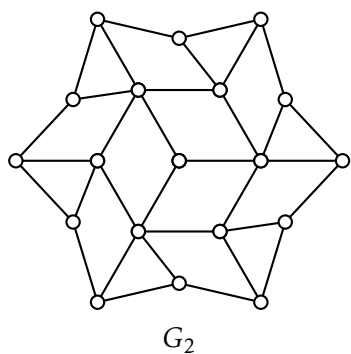
a) (8 točk) Določi kromatični števili grafov G_1 in G_2 . *Odgovor natančno utemelji!*



b) (8 točk) Ali je grafa G_1 Hamiltonov? *Odgovor natančno utemelji!*



c) (8 točk) Ali je grafa G_2 Hamiltonov? *Odgovor natančno utemelji!*



d) (6 točk) Ali sta grafa G_1 in G_2 izomorfna? *Odgovor natančno utemelji!*

