

Diskretne strukture UNI: 2. kolokvij

12. januar 2026

Čas pisanja: 90 minut. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 z obrazci ter enostavnega 'offline' kalkulatorja. Uporaba ostalih elektronskih pripomočkov ni dovoljena. Rezultati bodo objavljeni na *ucilnica.fri.uni-lj.si*.

Vse odgovore dobro utemelji!**1. naloga (25 točk)**

Funkcija $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ vsako naravno število n preoblikuje tako, da najprej zapiše vse števke z lihih mest, nato pa vse števke s sodih mest (šteto z leve proti desni). Tako je, na primer,

$$f(0) = 0, \quad f(7) = 7, \quad f(123789) = 138279 \quad \text{in} \quad f(24680) = 26048.$$

a) (5 točk) Določi $f(n)$ za $n \in \{1, 12, 123, 1234, 12345, 123456\}$.

b) (5 točk) Utemelji, da imata n in $f(n)$ enako število mest. Utemelji, da sta prvi števki števil n in $f(n)$ enaki.

c) (5 točk) Za katera naravna števila $n < 1000000$ velja $f(n) = n$?

d) (10 točk) Ali je f injektivna? Surjektivna? Bijekcija? *Odgovore utemelji!*

2. naloga (25 točk)

Restavracija je pred sestavljanjem novih menijev naredila anketo, v kateri je študente povprašala, če so na katero vrsto zelenjave alergični. Od 100 anketiranih študentov jih je bilo 27 alergičnih na artičoke, 22 na brokoli in 23 na cvetačo. Za poljubni dve vrsti zelenjave je bilo po 12 študentov, ki so bili alergični na ti dve. Študentov, ki so bili alergični vse tri vrste zelenjave, je bilo 5.

a) (12 točk) Koliko študentov je alergičnih izključno samo na artičoke?

b) (13 točk) Koliko študentov brez težav prebavlja vse tri vrste zelenjave?

3. naloga (25 točk)

Izvajalcu gradbenih del smo naročili naj tlakuje 15 m dolgo in 75 cm široko pot od vrta do hiše. Izvajalec ima na voljo pravokotne tlakovce v 2 velikostih: $28\text{ cm} \times 75\text{ cm}$ ter $36\text{ cm} \times 75\text{ cm}$. Kako naj zлага tlakovce dolžin 28 cm in 36 cm, da bo brez rezanja tlakoval točno 15 m dolgo pot?

a) Zapiši ustrezno diofantsko enačbo in poišči njeno splošno rešitev.

b) Koliko različnih izbir tlakovcev ene in druge dolžine ima izvajalec na voljo?

c) Ali je mogoče pot tlakovati tako, da izmenično postavljamo tlakovce ene in druge dolžine?

d) Tlakovec dolžine 28 cm stane 30 €, tlakovec dolžine 36 cm pa 40 €. Kako lahko izvajalec najceneje tlakuje pot?

4. naloga (25 točk)

Dani sta permutaciji

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ in } \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 9 & 2 & 1 & 4 & 3 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

a) (5 točk) Zapiši permutacije α , β in $\alpha * \beta$ kot produkte disjunktnih ciklov.

b) (10 točk) Poišči dopustne ciklične strukture permutacije π , ki reši enačbo

$$\pi^2 = \alpha * \beta.$$

Poišči vsaj *dve* različni rešitvi te enačbe.

c) (10 točk) Sedaj opazujemo enačbo

$$\psi * \alpha * \psi = \beta$$

z neznano permutacijo ψ . S čim in s katere strani moramo pomnožiti to enačbo, da dobimo na desni strani $\alpha * \beta$? Ali lahko rešiš to enačbo z uvedbo nove spremenljivke? Poišči vsaj *dve* različni rešitvi ψ te enačbe.