

Ime in priimek _____

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

Diskretne strukture: prvi izpit

7. februar 2024

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 1 lista A4 formata s formulami. Uporaba kalkulatorja ali drugih pripomočkov ni dovoljena. Vse odgovore dobro utemelji!

1. naloga (25 točk)

Ali sta spodnja sklepa pravilna? Pravilnost utemelji s formalnim dokazom, nepravilnost pa ovrži s protiprimerom.

- $p \Rightarrow q \vee r, q \Rightarrow \neg p, \neg(s \wedge r) \models \neg s$
- $p \Rightarrow q \vee r, q \Rightarrow \neg p, \neg(s \wedge r) \models p \Rightarrow \neg s$

2. naloga (25 točk)

Na množici $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ je podana relacija takole:

$$(m, n)R(k, \ell) \quad \text{natanko tedaj, ko je} \quad m \cdot \ell + n \cdot k = 2024.$$

a) (10 točk) Pokaži, da relacija R ni refleksivna niti tranzitivna. Pokaži, da je relacija R simetrična.

b) (15 točk) Poišči vse pare (x, y) , za katere velja $(20, 24)R(x, y)$.

3. naloga (25 točk)

Na podjetniškem krožku sodeluje 7 fantov: Anže (A), Bine (B), Cene (C), Denis (D), Erik (E), Fredi (F) in Grega (G). Žal se nekateri fantje med sabo ne razumejo. Zato ne želijo sedeti za isto mizo s tistimi, s katerimi se ne razumejo. Pri tem velja, da če se fant X ne razume s fantom Y , se tudi Y ne razume z X . Veljajo naslednje lastnosti:

- C se ne razume z B , A in F ,
- E se ne razume z C ,
- D se ne razume z B , A , E in F ,
- G se ne razume z B , E in F .

a) (7 točk) Problem iz naloge prevedi na teorijo grafov. Kaj so vozlišča, kaj so povezave? Nariši graf, ki ustreza besedilu problema.

b) (9 točk) Najmanj koliko miz potrebuje organizator, da lahko udeležence posede tako, da tisti, ki se ne razumejo, ne bodo sedeli za isto mizo? Mize so lahko poljubne velikosti. Utemelji!

c) (9 točk) Ali je lahko organizator posebej zloben in posede udeležence za eno okroglo mizo tako, da se nihče od udeležencev ne bo razumel s svojima sosedom? Utemelji!

4. naloga (25 točk)

a) (15 točk) Ali velja vsebovanost množic

$$(A \cup C) \cap (B \setminus C) \subseteq A \cap B?$$

b) (5 točk) Poišči konkretne množice A , B in C , da v zgornjem primeru velja enakost.

c) (5 točk) Kakšnim pogojem morajo v splošnem zadoščati množice A , B in C , da v zgornjem primeru velja enakost?