

Diskretne strukture VSP: prvi kolokvij

26. 11. 2025

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba 1 lista A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Vse odgovore dobro utemelji!

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

a) (18 točk) S pomočjo matematične indukcije dokaži, da je za vsako naravno število n izraz $4^{2n+2} - 15n - 16$ deljiv s 25.

b) (7 točk) S pomočjo matematične indukcije dokaži, da je za vsako naravno število n izraz $4^{2n+2} - 15n - 16$ deljiv z 9.

2. naloga (25 točk)

a) (13 točk) Ali je naslednji sklep pravilen?

$$p \wedge \neg q, \quad r \Rightarrow q, \quad s \wedge t \Rightarrow r \quad \models \quad s \Rightarrow \neg t$$

Dokaži sklep ali poišči protiprimer!

b) (12 točk) Ali je naslednji sklep pravilen?

$$p \wedge \neg q, \quad q \Rightarrow r, \quad r \Rightarrow s \wedge t \quad \models \quad \neg t \Rightarrow s$$

Dokaži sklep ali poišči protiprimer!

3. naloga (25 točk)

Dana je izjavna formula

$$(\forall z P(z) \wedge \exists x \forall w Q(x, w)) \vee \exists x \exists y Q(x, y) \vee \exists y P(y).$$

a) (15 točk) Zapiši njeno preneksno normalno obliko.

b) (10 točk) Poišči njeno preneksno normalno obliko s čimmanjšim številom kvantifikatorjev.

$$\begin{aligned} & (\forall z P(z) \wedge \exists x \forall z Q(x, z)) \vee \exists x \exists y Q(x, y) \vee \exists y P(y) \quad (\forall z P(z) \wedge \exists x \forall z Q(x, z)) \vee \exists y (\exists x Q(x, y) \vee P(y)) \\ & \exists y ((\forall z P(z) \wedge \exists x \forall z Q(x, z)) \vee \exists x Q(x, y) \vee P(y)) \quad \exists y (\exists x (\forall z P(z) \wedge \forall z Q(x, z)) \vee \exists x Q(x, y) \vee P(y)) \\ & \exists y \exists x ((\forall z P(z) \wedge \forall z Q(x, z)) \vee Q(x, y) \vee P(y)) \quad \exists y \exists x \forall z ((P(z) \wedge Q(x, z)) \vee Q(x, y) \vee P(y)) \end{aligned}$$

4. naloga (25 točk)

a) (13 točk) Pokaži, da za poljubne množice A, B in C velja vsebovanost

$$(A + B) \setminus C \subseteq B \setminus (A + C) \cup A \setminus (B \cup C).$$

b) (12 točk) Naj bosta zdaj A in B disjunktni, torej velja $A \cap B = \emptyset$. Pokaži, da velja enakost

$$(A + B) \setminus C = B \setminus (A + C) \cup A \setminus (B \cup C).$$