

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

IME IN PRIIMEK (nad črto)

Diskretne strukture VSP: drugi izpit

10. 2. 2026

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljena je uporaba dveh listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Vse odgovore dobro utemelji!

1. naloga (25 točk)

Dana sta sklepa z istim naborom predpostavk in različnima zaključkoma:

$$\neg q \Rightarrow r \wedge t, r \vee \neg t \Rightarrow \neg p \wedge s \models p \wedge q, \quad (1)$$

$$\neg q \Rightarrow r \wedge t, r \vee \neg t \Rightarrow \neg p \wedge s \models p \Rightarrow q. \quad (2)$$

Za vsakega od sklepov (1), (2) bodisi poišči protiprimer bodisi zapiši formalen zapis pravilnosti.

2. naloga (25 točk)

Preslikava $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ je podana s predpisom $f(0) = 0$, za $n > 0$ pa z opisom

$$f(n) = \text{vsota vseh lihih deliteljev števila } n.$$

Ne pozabi, da vsako naravno število deli samo sebe.

a) (5 točk) Za $n \in \{3, 4, 5, 6, 7\}$ določi vse delitelje števila n in izračunaj $f(n)$.

b) (5 točk) Poišči vsa naravna števila n , za katera je $f(n) = 1$.

c) (5 točk) Ali obstaja kako naravno število n , za katerega je $f(n)$ liho število, večje od 1?

d) (5 točk) Ali je f injektivna?

e) (5 točk) Ali je f surjektivna?

3. naloga (25 točk)

Naj bo $\mathcal{G}$ neskončna družina grafov, ki je definirana induktivno na naslednji način:

1. Začetni graf je $K_{2,3} \in \mathcal{G}$.
2. Za vsak graf $G \in \mathcal{G}$, lahko pridelamo nov graf $G' \in \mathcal{G}$ tako, da izberemo poljubno povezavo $uv \in E(G)$, jo izbrišemo in nadomestimo s potjo dolžine 2 (tej operaciji se reče subdivizija povezave uv).

a) (6 točk) Nariši 4 grafe iz družine $\mathcal{G}$ ter poišči vse paroma neizomorfne grafe iz družine $\mathcal{G}$ na največ 6 vozliščih.

b) (5 točk) Ali so vsi grafi iz družine $\mathcal{G}$ dvodelni? *Odgovor utemelji!*

c) (4 točke) Ali so vsi grafi iz družine $\mathcal{G}$ Eulerjevi? *Odgovor utemelji!*

d) (10 točk) Z indukcijo dokaži, da ima vsak graf $G \in \mathcal{G}$ kromatično število največ 3.

4. naloga (25 točk)

Študent uporablja spletno AI-orodje za učenje. Platforma zaradi obremenitve sistema omejuje skupno količino obdelave, ki jo lahko študent porabi v eni učni seji. Na voljo ima 1450 enot obdelave, ki jih želi v celoti porabiti. Uporablja lahko dva tipa poizvedb:

- Tip X (kratko vprašanje, kratek odgovor) porabi 18 enot obdelave in traja 6 minut.
- Tip Y (podrobno vprašanje z zgledi) porabi 29 enot obdelave in traja 11 minut.

a) (5 točk) Zapiši linearno diofantsko enačbo, ki opisuje porabo razpoložljivih enot obdelave. Pri tem želiš izkoristiti razpoložljive enote obdelave v celoti.

b) (15 točk) Poišči vse nenegativne celoštevilске rešitve zgornje enačbe.

c) (5 točk) Pri kateri rešitvi bo skupni čas učenja najkrajši?